

# ХРОНОМЕТРИЯ СИГАЛА: СТАНОВЛЕНИЕ ТЕОРИИ, ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ К ФИЗИКЕ ЧАСТИЦ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ, ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ

А. В. Левичев

*Институт математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения РАН*

*Просп. Акад. Коптюга, 4, 630090, Новосибирск-90, Россия*

*E-mail: levit@math.nsc.ru*

В статье рассматриваются этапы создания американским математиком Ирвингом Эзра Сигалом (1918–1998) математической модели фундаментальных физических систем. Основанная на конформной группе мира Минковского, эта модель (*хронометрия*) реконструирует теорию квантованных полей и частиц на аксиоматико-конструктивном фундаменте. Подробно излагаются основные положения хронометрии и результаты ее применения. Приведен перевод двух неопубликованных статей Сигала, содержащих предложения по модификации модели. Изложены исходные положения предложенной автором в 2003 г. *DLF-теории*, включающей хронометрию в качестве своей основной составляющей. Упомянуты несколько недавних направлений теоретической физики, “перекликающихся” с хронометрией и DLF-теорией.

## 1. О математической деятельности Сигала

Ирвинг Сигал был одним из крупнейших математиков двадцатого столетия (см. [1] и [2]). После Второй мировой войны он провел два года в Принстоне, где был в первый раз награжден премией Гуггенхайма (их у него три). Среди прочих отличий — избрание в Национальную Академию (США) в 1973 г. и награждение премией Гумбольдта в 1981 г. В Чикагском университете (1948–1960) под его руководством защитилось пятнадцать аспирантов, а в МТИ\*, начиная с 1960 г., защитили диссертации двадцать пять его аспирантов.

Вот несколько суждений о его математических достижениях (из [1, с. 659–661]): “. . . Вместе с М. Стоуном {M. H. Stone} и И. М. Гельфандом {Сигал стал близким другом последнего — *здесь и далее пояснения автора, А. Л., заключаются в фигурные скобки*}, он был одним из главных “архитекторов” применения алгебраических методов в анализе, что привело к значительным упрощениям классических результатов гармонического анализа и расширению области их применения. . . Одной из главных характерных особенностей в работе Сига-

\* Массачусетский технологический институт.

ла было то, что его теоремы были составляющими {соответствующих} теорий. Именно такой прицел на глобальную значимость конкретных математических исследований был {для его студентов} одной из самых ценных сторон его руководства... Можно привести немало примеров, когда оказывалось, что тот {математический} феномен, на который Ирвинг обращал внимание, оказывался “верхушкой айсберга”... У Сигала было необычайное чутье на самое существо проблемы. Исследования Н. Винера, Р. Камерона и В. Мартина по броуновскому движению осуществлялись в рамках конкретного представления; у Сигала из них получилась общая теория гауссовского интегрирования на гильбертовом пространстве... Каждый раз его абстрактные конструкции приводили к конкретным результатам. Так, квантовая теория — особенно систем с бесконечным числом степеней свободы — была привязана к конкретным представлениям операторами на некотором гильбертовом пространстве. Сигал понял, что структурой, важной для физики, является  $C^*$ -алгебра, порожденная наблюдаемыми. Это открытие довольно долго игнорировалось, а сейчас этот подход является как бы само собой разумеющимся... За какую бы тематику Сигал ни брался, в итоге он открывал в ней новые горизонты... В 60-х годах Сигал организовал две конференции в МТИ, так как он понял, что полученные им результаты знаменуют начало поворотной эпохи в конструктивной квантовой теории поля. Последовавшие результаты (полученные, в первую очередь, Глиммом и Джаффе {J. Glimm, A. Jaffe}) оказались не тем, на что надеялся Сигал. По этому поводу он открыто высказывал свое мнение, нередко болезненное для авторов...”

## 2. Основная идея хронометрической теории Сигала\*

“... Последние тридцать лет его профессиональной деятельности прошли под знаком того открытия, которое было им опубликовано в 1951 г. В одном (большом по объему) разделе своей фундаментальной статьи [3] он закладывает начала теории деформаций {групп и} алгебр Ли. (Деформации в физической литературе получили название “сжатий”, а в статье они назывались “предельными случаями”.) Классическая механика является пределом квантовой, когда постоянная Планка устремляется к нулю; соответствующая коммутативная алгебра Ли является деформацией алгебры Гейзенберга. Нерелятивистская механика есть предел релятивистской механики, когда скорость света устремляется к бесконечности; алгебра Ли группы Галилея является деформацией алгебры Ли неоднородной группы Лоренца {т. е. группы Пуанкаре}. Сигал показал, что последняя может быть получена деформацией из конформной алгебры Ли — и это завершение пути: конформная алгебра Ли является “жесткой” {т. е. не может быть получена деформированием другой алгебры Ли}. Сигал считал, что вселенная адекватно моделируется универсальной накрывающей конформной компактификации  $D$  мира Минковского  $M$ , а “правильной” группой симметрии является универсальная накрывающая конформной группы. Его следование этой идее было страстным и исключительно плодотворным... {более 120 статей по хронометрии, многие из них были опубликованы ведущими математическими, физическими и астрономическими журналами}. Почему же эта

\* По Э. Нельсону (Принстон), из его заметки о Сигале, см. [1, с. 660].

его деятельность до сих пор недостаточно замечена? Отчасти — из-за бескомпромиссности (и даже “боевитости”) научных дискуссий Сигала. Но велика и “заслуга” специалистов в космологии и теории частиц: они упорно отстаивают свои позиции... Значимость хронометрической деятельности Сигала смогут оценить лишь будущие поколения”.\*

### 3. Подробнее о хронометрии Сигала: предыстория, исходные положения, построение основной теоретической модели, ее приложения к моделированию частиц и взаимодействий

Следующим (после упомянутой выше Э. Нельсоном статьи [3]) формальным этапом становления хронометрии явилась книга [4].

Из перевода этой книги, со с. 155–159 главы “Новые подходы и проблемы”: “Хотя со времени самого возникновения квантовой теории в 1925 г. многие ведущие физики, и в частности Нильс Бор, подчеркивали необходимость введения в сфере микроявлений радикально новых представлений о пространстве и времени, все достаточно развитые схемы классификации частиц и экспериментальных данных базировались на пространстве Минковского, на группе Лоренца и даже иногда на нерелятивистских моделях. Теперь настало время для создания более богатой, изошренной и рациональной теоретической схемы. Однако для этого имеются два серьезных препятствия. Прежде всего очевидно, что только достаточно подробная и детальная схема с отчетливой физической интерпретацией имеет шанс внести ясность в те сложные явления, которые обнаружены экспериментально. Второе, что может привести в замешательство, — это изобилие возможностей подхода к классификационным схемам. Однако более внимательное изучение вопроса показывает, что эти трудности, может быть, не так уж и существенны. Два самых фундаментальных достижения механики со времен Ньютона можно описать как случаи, в которых некоторая алгебра Ли, имеющая механический смысл, заменяется некоторой менее вырожденной алгеброй. Переход от классической механики к квантовой состоит прежде всего во введении соотношения  $[p, q] = -i\hbar$ , которое при  $\hbar \rightarrow 0$  приводит к свойству коммутативности классической механики. Подобным же образом релятивистская механика при  $c \rightarrow \infty$  переходит в нерелятивистскую — это соответствует вырождению группы Лоренца в группу Галилея. В точном смысле это значит, что структурные постоянные группы Лоренца, зависящие от  $c$ , при  $c \rightarrow \infty$  стремятся к структурным постоянным группы Галилея. Естественно спросить, а не могут ли основные переменные обычной релятивистской теории быть некоторыми вырожденными формами переменных более точной и эффективной теории, и если могут, то какие варианты при этом мыслимы. <...> Возникает 15-мерная алгебра Ли. <...> Существует много алгебр Ли, для которых обычная релятивистская алгебра будет вырожденным случаем, и три из этих алгебр являются завершенными в том смысле, что сами они не могут быть получены как вырождение какой-либо другой алгебры Ли. Они оказываются алгебрами Ли некомпактных вещественных псевдоортогональных групп в шестимерном

\* *От ред.:* Умеющие читать между строк легко могут усмотреть главную причину того, что деятельность И. Сигала “до сих пор недостаточно замечена”, в тексте двух его неопубликованных работ, перевод которых приведен автором в п. 7.

пространстве. Известны и корректно определенные представления этих групп, которые при вырождении переходят в представления группы Лоренца. Связанные с этими алгебрами модели имеют ряд естественных с эмпирической точки зрения качеств и порождают замечательно экономный способ объединения так называемых “внутренних” и “внешних” степеней свободы частицы. <...> {Эти} 15-мерные группы сравнительно экономны и имеют, грубо говоря, правильные размеры для того, чтобы с небольшими отклонениями привести к экспериментально установленному набору “констант движения”. <...> После того, как выбрана окончательная группа симметрии (или алгебра Ли), основные шаги, необходимые для построения физической теории элементарных частиц, будут состоять в следующем. Прежде всего необходимо выделить специальное линейное представление группы и согласовать его с элементарными частицами. <...> Во-вторых, должна быть выделена максимальная абелева диагонализируемая подалгебра групповой алгебры. Спектральные значения элементов этой подалгебры дадут так называемые “квантовые числа” рассматриваемых частиц. <...> В-третьих, полученные квантовые числа должны быть согласованы с экспериментально измеримыми величинами; это включает построение словаря, дающего переход от этих квантовых чисел к квантовым числам, обычно используемым в релятивистской теории и дополненным такими внутренними квантовыми числами, как странность, барионный заряд и т. д. Путь к полной теории долог, но конечен. Когда он будет пройден, можно будет приступить к сравнению с экспериментом. <...> С другой стороны, во всякой попытке иметь дело с классификацией свободных частиц имеется известный риск, так как может оказаться, что в эмпирические значения масс, констант взаимодействия и других параметров решающий вклад дают эффекты взаимодействия. Теория может быть настолько нелинейной, что линейное приближение к ней не обнаруживает никакой связи с экспериментом. <...> Но такая ситуация маловероятна, так как кинематика наиболее известных частиц великолепно описывается линейными уравнениями Максвелла и Дирака в довольно широком диапазоне энергий”. {Конец главы VIII и всей той части книги [4], которая написана Сигалом.\*}

В [5, с. 195] вышеупомянутые три группы ( $O(5, 1)$ ,  $O(4, 2)$  и  $O(3, 3)$ ) рассматриваются более детально. Каждая из них содержит *геометрическую подгруппу*, генераторы которой представляют релятивистские импульс и момент импульса. В каждом из трех случаев имеется контракция геометрической подгруппы к группе Пуанкаре. Оказывается, однако, что для групп  $O(5, 1)$  и  $O(3, 3)$  нарушается условие энергоположительности, в то время как для  $O(4, 2)$  оно выполняется. Эта группа локально-изоморфна  $SU(2, 2)$ . Именно эта последняя группа используется Сигалом при дальнейшей разработке *хронометрии* (т. е. его хронометрической теории). Вышеупомянутая конформная компактификация мира Минковского реализуется матричной группой  $U(2)$ , на которой  $G = SU(2, 2)$  действует дробно-линейно:

$$g(z) = (Az + B)(Cz + D)^{-1}.$$

Здесь  $g$  (задаваемый  $2 \times 2$ -блоками  $A, B, C, D$ ) является элементом группы

\* *От ред.*: В книге имеется Приложение “Представления групп в гильбертовом пространстве”, написанное Дж. Макки.

*G.* Это действие канонически поднимается до  $\tilde{D}$ -действия на универсальной накрывающей группы  $U(2)$ . {Ниже, в п. 6, математические основания хронометрии изложены более детально.} В статье [6] Сигал использует словосочетание *ковариантная хроногеометрия*, довольно скоро заменив его на *хронометрия* (имея в виду выбор этой конкретной модели из многих, рассматриваемых хроногеометрий). В 1976 г. выходит его книга [7], в которой приводятся как математический аппарат, так и первые результаты применения хронометрии в экстрagalактической астрономии. Полный список публикаций Сигала имеется в электронном ресурсе <http://dedekind.mit.edu/segal-archive>.

#### 4. Итоги хронометрии к 1987 г.

В конце 1970-х–начале 1980-х гг. в разработке хронометрии активно участвовали несколько аспирантов Сигала. Было опубликовано около двадцати работ, среди которых выделяются (как наиболее подробные и тщательно изложенные) публикации [8–10] {иногда они обозначаются как I, II, III}. Исключительно плодотворным оказалось сотрудничество Сигала со С. Панейтцем (соавтором [8, 9] и автором [10]), но оно трагически оборвалось — Панейтц утонул в озере в 1983 г. на глазах у Сигала. Посмертно он фигурирует соавтором статьи [11] — “Анализ в пространственно-временных расслоениях IV. Естественные расслоения, которые могут быть деформированы в спин-расслоение и в расслоение форм и составлены из тех же самых инвариантных факторов”. В литературе по хронометрии эта статья нередко обозначается как IV.

Далее, подводя итоги разработки хронометрии, целесообразно предоставить слово ее создателям, цитируя в переводе введение к статье IV.

“Данная статья продолжает программу развития математических моделей фундаментальных физических систем. . . Основа {этой программы} в том, что физическая теория реконструируется на смешанном аксиоматико-конструктивном фундаменте. С одной стороны, исходя из очень общих, общепризнанных принципов, а с другой — соотнося их с наиболее плодотворными конкретными моделями, такими, например, как уравнения Максвелла для фотонов и уравнение Дирака для электронов.

Начиная космологическое моделирование, мы проанализировали следствия {постулатов} причинности и симметрии на {искомую} структуру пространства-времени. В качестве исходного {reference} пространства-времени предлагается 4-мерное многообразие  $\tilde{M}$ , с причинной структурой, со свойствами максимальной пространственной и временной изотропности. Пространство Минковского  $M$  канонически вложено в  $\tilde{M}$ . На этой основе была выдвинута гипотеза [6], что космологическое красное смещение объясняется не эффектом Доплера, а энергопотерей\*, обусловленной разностью между двумя энергиями — в  $M$  и  $\tilde{M}$  < . . . > Непротиворечивость {по мнению Сигала, опубликованному в несколь-

\* *От ред.:* Подобный вывод был в свое время сделан Н. А. Козыревым при анализе закономерностей диаграммы Герцшпрунга–Рессела для последовательности гигантов. Уточнение уравнения Хаббла, которое при этом приобрело форму, напоминающую формулу поглощения, заставило Козырева высказаться “в пользу объяснения красного смещения туманностей некоторыми процессами, происходящими в пути с фотоном” (см.: Козырев Н. А. *Теория внутреннего строения звезд и источники звездной энергии* // Изв. Крымской астрофиз. обсерв. – 1951. – Т. 6. – С. 78).

ких известных журналах; см. также [12–14]} этой гипотезы экспериментальным данным является весомым доводом в пользу того, что  $\widetilde{M}$  (нежели  $M$ ) является наиболее адекватным для моделирования и других физических феноменов — тяготения, элементарных частиц и т. д.

Исходя из моделей частиц в  $M$ , в работах I, II, III на основе общих методов расслоенных многообразий с действиями групп на них были исследованы их аналоги в  $\widetilde{M}$ . Были получены интересные результаты, приведшие, среди прочего, к прогрессу в теории нелинейных волновых уравнений [15], в конструктивной квантовой теории поля [16], к реинтерпретации гравитации на основе естественной спецификации в  $\widetilde{M}$  принципа Маха и принципа эквивалентности [17]. Эти результаты подтвердили плодотворность тех исходных позиций, на основе которых шло исследование в работах I–III. К этим позициям привели несколько десятилетий исследований частиц и полей. Позиции эти, в частности, состоят в том, что адекватным и фундаментальным средством их {частиц и полей} моделирования являются методы индуцированных расслоений на причинно-ориентированных пространствах-времени (или, что эквивалентно, методы представлений причинных групп преобразований {здесь в статье дается библиографическая ссылка на номер 21, в то время как список литературы оригинала содержит лишь 20 наименований; по-видимому, имеется в виду публикация [18]}).

Возникает вопрос: являются ли типы фундаментальных полей в  $M$  (на которых основан стандартный релятивистский анализ) естественными для  $\widetilde{M}$ ? В некоторых случаях (для фотона, например) это так и есть. Ведь фотоны моделируются уравнениями Максвелла, а  $\widetilde{M}$  и может быть определено как максимальное пространство-время, на котором могут быть доопределены эти уравнения из  $M$ . Но если исходить из  $\widetilde{M}$  как из фундаментального пространства-времени, то нет весомых причин настаивать на том, что все физические поля в нем получены такими продолжениями полей в  $M$ . Дело в том, что лишь те расслоения над  $\widetilde{M}$  могут быть расширениями соответствующих стандартных расслоений, на которых подъем {liftup, на  $\widetilde{M}$ } параллельных переносов мира  $M$  действует тривиально. Более детально, однородное векторное расслоение над  $M$  задается представлением подгруппы изотропии  $\widetilde{L}'$  группы  $\widetilde{G}(M)$ . Здесь  $\widetilde{G}(M)$  является универсальной (в данном случае двулистной) накрывающей группы всех причинных преобразований мира  $M$ . Таким образом,  $\widetilde{L}'$  есть 7-мерная группа, являющаяся двулистной накрывающей однородной группы Лоренца (пополненной гомотетиями). Однородные векторные расслоения над  $\widetilde{M}$  задаются аналогично, но группа изотропии теперь 11-мерна. Ее связная компонента изоморфна универсальной накрывающей  $\widetilde{P}$  связной группы Пуанкаре, пополненной гомотетиями. Так как каждое представление группы  $\widetilde{L}'$  тривиально продолжается до представления группы  $\widetilde{P}$ , то, как и отмечалось, любое однородное расслоение над  $M$  является сужением на  $M$  соответствующего расслоения над  $\widetilde{M}$ . Но при моделировании фундаментальной физики над  $\widetilde{M}$  представляется необоснованным игнорировать многие из тех представлений группы  $\widetilde{P}$ , которые не принадлежат такому классу.

С другой стороны, успех релятивистской теории как приближение и частичное описание наводит на мысль, что если действие (подъемов параллельных

переносов) на волновые функции элементарных частиц и является нетривиальным, то соответствующие величины весьма малы по сравнению с величинами, связанными с нетривиальным действием элементов из  $\tilde{L}'$ . Замечательно, что существует очень естественное представление  $\tilde{P}$ , которое удовлетворяет такому условию и, кроме того, является хорошим приближением спин-представления  $\tilde{P}$  (задаваемого как подъем представления с  $\tilde{L}'$  до  $\tilde{P}$ ). Это “спэннорное” представление более тесно связано с причинностью, чем спин-представление. Оно, по существу, деформируется в спин-представление (что является конформно-инвариантным свойством), если устремить к нулю скалярную кривизну мира  $\tilde{M}$ . Напомним, что естественный способ введения  $\tilde{P}$  — в терминах  $4 \times 4$ -матриц. С точки зрения геометрии, именно так и задается вложение группы  $\tilde{P}$  (являющейся фактически связной группой причинности мира  $M$ ) в связную группу причинности мира  $\tilde{M}$  — эта последняя группа локально изоморфна  $SU(2, 2)$ ; см. [19, 20].

Таким образом, выбор *спэнноров*, нежели обычных спиноров (т. е. частиц Дирака), в качестве фундаментальных фермионов при моделировании физики в  $\tilde{M}$  представляется естественным {введенный Сигалом термин *спэннор* должен вызывать ассоциацию с повернутым/подкрученным спинором}. Понятно, что следующим ключевым вопросом будет выбор бозонов в  $\tilde{M}$ . Чисто теоретически, частиц могло бы получиться “больше, чем надо”. Можно, однако, применить подход, оказавшийся столь удачным в квантовой электродинамике, из которой взяты все основные идеи для современной теории поля. Тогда получается, что бозоны должны представляться сечениями *плейерного* расслоения, являющегося дуальным к произведению спэнноров друг с другом {*pliers* — плоскогубцы, англ. — т. е. бозонное расслоение ассоциируется с парой фермионных}.

Данная статья {т. е. [11]} посвящена спэннорному и плейерному расслоениям. Чтобы соотнести эмпирику элементарных частиц со спэн-плейерным анализом, необходимо установить соответствие между неприводимыми фактор-пространствами спэн-плейерных пространств сечений с релятивистски-стандартными элементарными частицами. Эти “факторы” отыскиваются теоретико-групповыми методами {факторами Сигал называет неприводимые фактор-пространства}. С точки зрения теории групп, эти факторы имеются среди факторов пространств сечений тех расслоений, которые индуцированы представлениями  $\tilde{P}$  и были рассмотрены в статьях I—III. Сужения сечений с  $M$  до  $M$  (подразумевается так называемое *стандартное вложение*  $M$  в  $\tilde{M}$ ) дают стандартные релятивистские расслоения. Применение методов гармонического анализа (на основе группы Пуанкаре) приводит к соответствиям с элементарными частицами в стандартных релятивистских терминах. Дело, однако, в том, что и спэннорное, и плейерное расслоения индуцированы из *неразложимых* {т. е. имеются инвариантные подпространства без инвариантного дополнения, курсив А. Л.} представлений группы  $\tilde{P}$ . Хотя сами факторы (с теоретико-групповой точки зрения) — те же, что были рассмотрены в работах I—III, пространства сечений построены из этих факторов более сложным образом. Ни в одном из случаев пространство сечений не является вполне приводимым (ср. с релятивистски-стандартной картиной прямой суммы инвариантных подпространств). Свойство неразложимости спэннорной и плейерной кинематик уже

задает преобразования между разными факторами. В физическом смысле получается “фабрика частиц”, причем имеется как конформная инвариантность, так и причинность. В традиционном подходе речь идет о динамических процессах, моделируемых лишь в терминах локальных нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Нелинейность имеется и в нашем подходе, причем она доминирует над эффектами неразложимости (порядок которых примерно тот же, что {скалярная} кривизна). При рассмотрении деформации (когда эта кривизна стремится к нулю) в пределе получаются полная приводимость стандартной теории и единственный динамический процесс (моделируемый нелинейным локальным лагранжианом).

<...> Имеются и тахионные, т. е. с двусторонне неограниченным спектром оператора энергии, факторы <...>

Найден естественный спэн-плайерный трилинейный лагранжиан взаимодействия. Кроме скейлинга он не содержит других параметров; он является “сильным” (в том смысле, что не исчезает в деформационном пределе, когда кривизна стремится к нулю) — ср. со “слабым” эффектом неразложимости. Так что эта терминология, “сильное/слабое”, имеет другой, нежели в традиционной физике, смысл. Спэн-плайерное спаривание {coupling} калибровочно инвариантно и задает нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных. Получается, что уравнения квантовой электродинамики вложены в объемлющую динамику, конформно инвариантную — если массы частиц интерпретировать согласно подходу, который можно понимать как конкретную реализацию принципа Маха. Мы не имеем возможности сколько-нибудь подробно обсуждать это в данной статье. Отметим лишь, что инерциальная (т. е. наблюдаемая в эксперименте) масса частицы обусловлена, в основном, энергией взаимодействия этой частицы со всей вселенной. *Состояние* же {в квантовомеханическом смысле} вселенной не обязано быть конформно инвариантным (несмотря на то что фундаментальные динамические уравнения конформно инвариантны; см. [17] {и [21]}).

Соотнесение с эмпирической физикой — это очень важная для нас задача. Не менее важной, однако, является формулировка в терминах концептуально простых математических понятий некоторых из вовлеченных сравнительно развитых теоретических идей. В частности, наша программа продолжает ставший классическим подход Вигнера [22] к релятивистским частицам в терминах неприводимых унитарных энергоположительных представлений группы Пуанкаре. А именно, вместо группы Пуанкаре (являющейся причинной группой мира  $M$ , если включить гомотетии; они не были рассмотрены Вигнером) берется причинная группа мира  $\tilde{M}$ . Но {дело не сводится к этой замене} описание в терминах расслоения (по существу, в терминах группы *преобразований* {курсив А. Л.}) является не менее важным, чем чисто теоретико-групповой аспект. Физически оно более фундаментально. Пространственно-временная маркировка векторов в пространствах {сечений} индуцированных расслоений необходима для того, чтобы было применимо понятие *локального* взаимодействия. Она также является необходимой при рассмотрении близкого понятия {closely related issue} причинности. Интересным примером такой ситуации является различие между естественно получающимися моделями электронного нейтрино и мюонного нейтрино. Как абстрактные унитарные представления {группы}



$G = SU(2, 2)$  они идентичны, но эти два нейтрино совсем не похожи друг на друга, не эквивалентны с точки зрения расположения в спэннорном пространстве сечений. Т. е., с точки зрения физики, их пространственно-временные конфигурации различны. . .”

### 5. Фермионный и бозонный кланы

Эти названия введены Сигалом в работе [23]. Термин *клан* означает совокупность всех полей, преобразующихся под действием группы  $\tilde{G}$  по определенному закону. Фермионный клан задается представлением группы  $\tilde{G}$ , индуцированным из простейшего точного конечномерного представления стационарной подгруппы  $\tilde{P}$ . Имеется в виду действие группы  $\tilde{G}$  на универсальной накрывающей конформной компактификации мира Минковского (см. абзац в нижеследующем п. 6, содержащий формулу (6.3)). Этот клан является основой для хронометрического моделирования массивных и безмассовых спиноров. Аналогично, бозонный клан индуцирован из определенного 15-мерного неразложимого представления группы  $\tilde{P}$  (можно также дать описание бозонного клана в терминах сопряженного представления группы  $\tilde{G}$ ). Он является основой для хронометрического моделирования скалярных и векторных бозонов. Дальнейшие детали такого моделирования приведены в последующих параграфах.

### 6. Хронометрическая деятельность Сигала после 1987 г.: приложения хронометрии к моделированию частиц и взаимодействий

Данный параграф представляет положение дел в хронометрии к середине 1990-х годов; изложение (по большей своей части) основано на статье Сигала [23] и двух обзорах автора [24, 25]\* и заканчивается аннотациями результатов нескольких последних публикаций Сигала (иногда с соавторами).

Прежде всего упомянем известную эрмитову модель мира Минковского  $M$  (см. [8, с. 81] или [25, с. 79]). Элементы  $M$  — это теперь эрмитовы  $2 \times 2$ -матрицы. Алгебра Ли  $u(2)$  состоит из всех косоэрмитовых матриц, т. е. из матриц  $h$ , удовлетворяющих условию

$$h^\dagger + h = 0, \quad (SH)$$

где  $h^\dagger$  получена из  $h$  комплексным сопряжением и транспонированием.

Общий элемент  $(t, L, j)$  односвязной масштабнорасширенной (11-мерной) группы Пуанкаре  $\tilde{P}$  переводит  $h$  в  $e^t L h L^\dagger + j$ :

$$h \rightarrow e^t L h L^\dagger + j. \quad (6.1)$$

Здесь  $t$  — вещественное число,  $L$  — матрица из  $SL(2, C)$ ,  $j$  — косоэрмитова матрица. Это действие группы  $\tilde{P}$  на  $u(2)$  хорошо известно. Отображение Кэли  $C_D$  задается следующей формулой:

$$h \rightarrow (1 + h/2)(1 - h/2)^{-1}. \quad (6.2)$$

\* Обзор [25] имеется в электронном ресурсе Бостонского Университета (США) <http://math.bu.edu/people/levit/1.pdf>.

Известно, что оно определено на всей  $u(2)$ , т. е. определитель матрицы  $1 - h/2$  в (6.2) не равен нулю при всех  $h$  из  $u(2)$  (см., например, [12, с. 19]). Отметим также

**Утверждение 1** [12, с. 21–22]. Матрица  $z$  из  $U(2)$  не содержится в образе отображения Кэли тогда и только тогда, когда  $\det(z + 1) = 0$ , т. е.

$$\det z + \operatorname{tr} z + 1 = 0; \quad (6.2a)$$

обратное отображение задается формулой

$$h = 2(z - 1)(z + 1)^{-1}. \quad (6.2b)$$

Из уравнения (6.2a) этого утверждения следует, что образ отображения Кэли открыт и плотен в  $U(2)$ .

И еще несколько необходимых конструкций. Пусть в  $M$  выбран ортонормированный базис. Обозначим через  $C_y$  множество  $y + C$ , где  $C$  — верхняя половина светового конуса в нуле (т. е. начале) мира Минковского. Другими словами,  $C_y$  есть образ конуса  $C$  под действием параллельного переноса (сдвига) на вектор  $y$ . Через  $K_y$  обозначаем соответствующие выпуклые замкнутые конусы, они нередко называются *множествами будущего*, а все семейство  $\{K_y\}$  называется *причинной структурой* мира  $M$ . Дифференциал отображения Кэли переводит конусы  $C_y$  в соответствующие конусы в касательных пространствах мира  $\mathbf{D} = U(2)$ . Затем канонически определяются световые конусы в касательных пространствах универсальной накрывающей  $\tilde{\mathbf{D}}$  {ранее для этого пространства-времени было использовано обозначение  $\tilde{M}$ }. И наконец, возникают множества будущего в  $\tilde{\mathbf{D}}$ . Их совокупность называется (глобальной) причинной структурой мира  $\tilde{\mathbf{D}}$ .

В  $M$  не было отличия между левыми и правыми сдвигами, имеющегося в  $\mathbf{D}$ ,  $\tilde{\mathbf{D}}$ . Оказывается, что в обоих последних пространствах системы множеств будущего инвариантны относительно и левых, и правых сдвигов (т. е. *биинвариантны*).

Через  $G$  обозначаем матричную группу  $SU(2, 2)$ , которую также называют *конформной группой*. Напомним об упомянутом выше дробно-линейном  $G$ -действии на  $\mathbf{D}$ :

$$g(z) = (Az + B)(Cz + D)^{-1}. \quad (6.3)$$

Здесь  $g$  (задаваемый  $2 \times 2$ -блоками  $A, B, C, D$ ) является элементом группы  $G$ . Действие (6.3) канонически поднимается до  $\tilde{G}$ -действия на  $\tilde{\mathbf{D}}$  (которое сохраняет причинную структуру). Доказательства всех упомянутых выше утверждений могут быть найдены в [7, 8]. Укажем еще два фундаментальных утверждения:

**Теорема 1** [26, 7]. *Если биекция  $f$  мира  $\tilde{\mathbf{D}}$  сохраняет причинную структуру, то  $f$  определяется некоторым  $g$  из  $\tilde{G}$ .*

Известно [8, 9], что ввиду так называемой “автоматической периодичности” моделирование частиц на  $\tilde{\mathbf{D}}$  удобнее начать с (компактного) мира  $\mathbf{D}$ .

Универсальная накрывающая  $\tilde{P}$  дважды накрывает (расширенную гомотециями) группу Пуанкаре  $P$ , она действует на  $M$  по формуле (6.1).

**Теорема 2** [8, с. 83]. *Стационарная подгруппа (события  $x$  из  $\mathbf{D}$ ) изоморфна  $\tilde{P}$ . Действие (дробно-линейное)  $\tilde{P}$  на  $\mathbf{D}$ , действие  $\tilde{P}$  на  $M$  (если рассматривать  $M$  в эрмитовой форме) и отображение Кэли задают коммутативную диаграмму.*

Итак, “фоновым” миром хронометрии является  $\tilde{\mathbf{D}}$  с топологией  $R^1 \times S^3$ . Как конформное многообразие он совпадает со статической вселенной Эйнштейна, но соответствующая этой топологии метрика  $dt^2 - ds^2$  не фиксирована, а связана с выбранным “наблюдателем”. Здесь  $t$  — (“глобальное”) время,  $ds$  — элемент длины на трехмерной сфере  $S^3$ , представляющей физическое пространство. Принятие скорости света, постоянной Планка и радиуса  $R$  пространства  $S^3$  за единицу фиксирует хронометрические единицы. Радиус  $R$  является конформным инвариантом (не зависит от наблюдателя). При  $R$ , стремящемся к бесконечности, получается так называемый релятивистский предел хронометрии, т. е. возврат к стандартной теории, основанной на мире Минковского. Через  $K$  обозначается группа изометрий мира Эйнштейна, состоящая из всех переносов по времени  $t$  и вращений пространства  $S^3$ ; хронометрическая (т. е. эйнштейновская) энергия есть (в терминах квантовой механики) генератор темпоральной эволюции в  $\tilde{\mathbf{D}}$ . При выборе любой точки наблюдения в  $\tilde{\mathbf{D}}$  мир Минковского вкладывается в  $\mathbf{D}$  (первый этап этого вложения удобно осуществлять как в Теореме 2, см. выше). Соответствующая релятивистская энергия — это генератор темпоральной эволюции в  $M$  с учетом той лоренцевой системы отсчета в  $M$ , которая максимально соприкасается (в точке наблюдения) с глобальной системой отсчета, возникающей при расщеплении  $R^1 \times S^3$ . В любом унитарном (и с положительной  $M$ -энергией) представлении конформной группы энергия Эйнштейна частицы превосходит  $M$ -энергию на величину, локально-пренебрежимую, но возрастающую с увеличением носителя рассматриваемого квантового состояния. Инерциальная масса частицы (с пренебрежимым временем жизни) является энергией ее взаимодействия со всем космическим содержимым. Она строго  $K$ -инвариантна, что влечет примерную инвариантность ее массы покоя относительно (10-мерной) группы Пуанкаре.

Для моделирования частиц Сигал вводит *фермионный* и *бозонный* кланы (их описание было приведено выше в п. 5). *Композиционным рядом* (индуцированного представления группы  $\tilde{G}$ ) называется максимальная цепь вложенных друг в друга инвариантных подпространств

$$0 < S_0 < S_1 < \dots < S_n = V. \quad (6.4)$$

Фактор-представлением называется соответствующее представление на факторпространстве  $S_{j+1}/S_j$ , здесь  $j = 0, 1, \dots, n - 1$ . Как уже отмечалось выше, неприводимые фактор-представления Сигал называет факторами. Они-то и задают *элементарные частицы*. Хотя две цепочки (6.4), соответствующие одному индуцированному представлению, могут быть не эквивалентны (не сопряжены), но факторы (как представления) определены однозначно. Если фактор унитарен, а энерго-спектр ограничен, то частица называется *стабильной*. В силу (6.4) возникает различие между *точной частицей*, представляемой вектором (интерпретируемым как состояние свободной частицы) клана, и *редуцированной частицей*. Эта последняя получена из клана соответствующей факто-

ризацией.

В случае вполне разложимого представления (лишь такие возникают в стандартной теории) порядок факторов (в прямой сумме) произволен. В хронометрии же, если рассмотреть для примера фермионный клан, эксон  $x$  “живет” в нижнем инвариантном подпространстве (факторе), электрон  $e$  — в верхнем. В середине — факторы, соответствующие мюонному и электронному нейтринно (в этом порядке). Фотон “живет” в нижнем факторе бозонного клана, над фотоном — факторы, соответствующие  $W$ - и  $Z$ -бозонам.

**Замечание.** В начале 2008 г. автор высказал гипотезу (и инициировал ее обсуждение в научных кругах), что эксон — это хронометрическая модель протона. Некоторые детали этой гипотезы приведены ниже (в п. 8).

Скалярные, спинорные и векторные элементарные частицы моделируются как подсемейства в кланах. Фундаментальное взаимодействие — между фермионным и бозонным кланами, причем полный лагранжиан взаимодействия представляется суммой лагранжианов взаимодействий между отдельными элементарными частицами лишь в релятивистском пределе. Эти свойства следуют из неразложимости фундаментальных кланов как представлений конформной группы. Соответствующее любому заданному хронометрическому клану семейство (свободных) релятивистских частиц является прямой суммой стабильных факторов, суженных до (10-мерной) группы Пуанкаре  $P_0$ , с фиксацией массы. Из-за неразложимости  $P_0$ -действие на клане перемешивает факторы (иначе:  $P_0$ -подпредставление конформной группы нетривиально на трансляциях), поэтому при переходе к релятивистскому пределу хронометрически свободная темпоральная эволюция воспринимается как производство частиц (Сигал ввел термин “неразложимая фабрика частиц”). Это совершенно новый подход по сравнению с (известной) “лагранжианной фабрикой”. Обе они причинны и ковариантны.

Примером реакций, адекватно объясняемых “неразложимым производством”, служит распад нейтрального пиона на два фотона и  $K^0$  — на нейтральные пионы. На основе такого механизма  $B^0$  и  $D^0$  могут быть отождествлены с состояниями, полученными из  $K^0$  (как элемента хронометрического  $w = 0$  сектора в бозонном клане; здесь  $w$  — конформный вес, одно из хронометрических квантовых чисел). В терминах лагранжиана взаимодействия (практически однозначно определяемого условием конформной инвариантности) объясняется (после перехода к релятивистскому пределу) электрослабое взаимодействие (без хиггсовского бозона!). Вообще, Сигал утверждает, что, возможно, все внутренние (с точки зрения релятивистской теории) симметрии могут быть объяснены чисто геометрически — на основе рассмотрения подгрупп  $\tilde{K}$  и  $\tilde{P}$ . Объем данной статьи не позволяет привести многие другие детали хронометрического моделирования элементарных частиц и их взаимодействий. Только некоторые из них приводятся в следующем параграфе.

В заключение кратко перечислим еще несколько результатов, которые относятся к квантово-механическому описанию частиц и взаимодействий и были опубликованы Сигалом (нередко — с соавторами) в 1990-х гг.

В статье [27] “Безмассовые  $\varphi_d^q$  квантовые теории поля и нетривиальность  $\varphi_4^{4n}$ ” доказано, в частности, что в квантовой теории поля полный интеграл взаимодействия для безмассовой  $\varphi_4^4$ -теории существует (как эрмитов оператор)

на плотной области гильбертова пространства (соответствующего свободному полю) и имеет самосопряженное расширение. Главный член в выражении для  $S$  матрицы самосопряжен и нетривиален.

В публикации [28] “Сходимость нелинейной массивной квантовой теории поля во вселенной Эйнштейна” рассматривается  $g\varphi^4$ -теория во вселенной Эйнштейна  $E=R^1 \times S^3$ . Соответствующая свободная система задана уравнением Клейна–Гордона в  $E$ . Без использования каких-либо обрезаний или пертурбативных ренормализаций показано, что гамильтониан взаимодействия и полный гамильтониан являются самосопряженными операторами по гильбертову пространству свободного поля, непрерывно зависящими от  $g$ . Выполняется граничное условие асимптотической свободы поля взаимодействия в бесконечном прошлом и получено конечное выражение для унитарной  $S$ -матрицы типа Янга–Фелдмана.

В статье [29] “Сходимость квантовой электродинамики в искривленной деформации мира Минковского” показано, что квантовая электродинамика (КЭД) становится сходящейся, когда стандартные операторы энергии и массы мира Минковского изменены введением фундаментальной длины  $R$ . Предел предлагаемой теории при  $R \rightarrow \infty$  совпадает со стандартной релятивистской КЭД. Моделирование взаимодействия — обычное, трилинейной формы, в соответствии с уравнениями Максвелла и Дирака. Гамильтониан взаимодействия и полный гамильтониан являются корректно определенными самосопряженными операторами на тензорном произведении гильбертовых пространств электронного и фотонного квантованных полей. Так как оценки  $R$  (основанные на наблюдениях красного смещения) дают огромную величину, то экспериментальные предсказания новой теории — те же, что в рамках стандартной КЭД.

В публикации [30] “Конформные продолжения массивных волновых функций” отмечается, что массовые пакеты мира Минковского эквивалентны пакетам хронометрического космоса. Соответствие между ними осуществляется ковариантными отображениями, сохраняющими локальность. Утверждается, что для многих частиц описание в терминах массовых пакетов является более реалистичным, так как они наблюдаются с некоторым разбросом масс. Отмечается также, что стандартный физический формализм и анализ основаны на волновых функциях, имеющих резкий пик по массе. Именно такие функции играют центральную роль в соотношении теории с экспериментом. Поэтому возникает вопрос: продолжают ли (и как именно) такие функции с мира Минковского на хронометрический космос? В статье показано, что в (являющейся основной) ситуации уравнения Клейна–Гордона (но пока лишь в двумерном пространстве-времени) они продолжаемы. Более того, продолженные функции периодичны по времени, как это было в ситуации с массовыми пакетами. Приводится “положительный прогноз” по четырехмерной ситуации.

Ниже (в п. 7) приведен перевод двух статей Сигала, написанных в начале 1997 г. Статьи не были опубликованы. Тем не менее несколько основных идей этих статей были математически реализованы в следующих публикациях [31, 32].

В статье [31] “Спинорные токи как векторные частицы” показано, в частности, что все энергоположительные унитарные  $SU(2, 2)$ -неприводимые массивные факторы расслоения одноформ над конформной компактификацией

мира Минковского эквивалентны (как расслоения) пространствам, порожденным токами спинорного расслоения. Рассмотрены вопросы соответствующего моделирования векторных бозонов.

В статье [32] “Вещественные спинорные поля и электрослабое взаимодействие” ставится следующий фундаментальный вопрос: являются ли комплексные числа необходимой составляющей аппарата квантовой механики? Так как непосредственные физические наблюдения основаны на вещественных числах, то роль комплексных чисел в квантовой механике давно уже представляется как некая тайна. В этой статье, в частности, утверждается, что основная проблема состоит в том, что в рамках вещественного формализма трудно непосредственно ввести понятие положительности энергии. Тем не менее в приводимом в статье варианте вещественного подхода удастся ввести это понятие и прояснить загадку стандартного  $V-A$  взаимодействия. Та часть выводов стандартного подхода, которая относится к электромагнетизму и зарядовым токам, остается неизменной.

В 1992 г. вышла книга И. Сигала (с соавторами) “Введение в алгебраическую и конструктивную квантовую теорию поля” (J. C. Baez, I. E. Segal, Z. Zhou. *Introduction to Algebraic and Constructive Quantum Field Theory*. — Princeton University Press, Princeton, 1992. — 291 p.). Ее краткая характеристика (по предисловию и отзыву официального рецензента) и названия глав приводятся ниже. Заметим, что практически всюду изложение дается в более общем, нежели лишь хронометрическом, контексте. Соавторы: Дж. Байес — профессор Калифорнийского ТИ, аспирант Сигала выпуска 1986 г., Дж. Джу — профессор Университета штата Мичиган, сотрудничал с Сигалом на протяжении примерно десяти лет (вплоть до 1998 г.). Из отзыва рецензента: “Книга написана очень аккуратно. . . . Значительную часть ее материала в других книгах не найти. . . .” Автор (А. Л.) не знает, насколько широко эта книга уже используется, но уверен, что ей предстоит долгая жизнь.

В течение двадцати лет И. Сигал регулярно читал спецкурс для аспирантов МТИ — так и возникла эта книга. В ней строго изложены алгебраические и аналитические основы общей квантовой теории поля. Если совсем кратко, то первая часть книги предлагает естественное обобщение гармонического и Лигруппового анализа с конечномерной на бесконечномерную ситуацию. Кроме того, выделена роль таких физически важных свойств, как стабильность (положительность энергии и числа частиц) и причинность (конечность скорости распространения взаимодействия). Эти свойства играют ключевую роль при квантовании волновых уравнений.

Основной процесс квантовой (нежели классической) физики — это рождение (production) частиц. Основная часть его математического описания — это квантованные нелинейные волновые уравнения. Алгебраическая теория первых глав книги интенсивно используется для развития математической интерпретации этих уравнений (и их решений в некоторых типичных случаях). В связи с этим возникает определенная (аналитическая, нежели алгебраическая) проблематика перенормировок и сингулярных возмущений.

Предполагается, что читатель этой книги знаком с основами математического анализа и имеет некоторое представление о квантовой теории поля. Далее приведем перевод *Оглавления* этой книги, а именно:

Предисловие. Введение.

1. Свободное бозонное поле.
2. Свободное фермионное поле.
3. Свойства свободных полей.
4. Абсолютная непрерывность и унитарная реализуемость.
5.  $C^*$ -алгебраическое квантование.
6. Квантование линейных дифференциальных уравнений.
7. Перенормировка произведений квантовых полей.
8. Построение нелинейных квантованных полей.

Приложение А. Основные обозначения.

Приложение В. Универсальные поля и квантование волновых уравнений.

Словарь терминов. Библиография. Предметный указатель.

## 7. Две неопубликованные статьи Сигала

Представление о других успехах (а также некоторых трудностях и возможных путях их преодоления) применения хронометрии к классификации частиц может быть получено из нижеследующего перевода двух упомянутых выше статей Сигала, написанных в начале 1997 г. В тексте статей имеются и некоторые предложения по модификации хронометрии.

### 7.1. Основы теории частиц: на данном этапе\* и с точки зрения теории групп

1. Это чисто личная оценка ситуации, но данная точка зрения основана на широком спектре экспериментальных данных (в том числе недавно установленных) о космосе, макромире и микромире. Она приводит к некоторым новым интересным математическим задачам, относящимся, в основном, к теории групп или связанным с расслоениями. Эти задачи будут охарактеризованы далее в тексте.

Считаю целесообразным сначала охарактеризовать взаимосвязь (довольно-таки общепринятую) между частицами и представлениями и, более общо, между теорией частиц и математическим формализмом.

2. Общая идея состоит в том, что имеется лишь одно (“естественное”) расслоение, из которого все и строится. Если использовать терминологию физики, то пространство сечений этого расслоения содержит волновые состояния всех элементарных фермионов. В математических терминах, это расслоение является тензорным произведением следующих двух расслоений. Одно соответствует скалярному представлению конформного веса  $w = 2$ , а второе — спин-представлению конформной группы  $G$ . Вот эквивалентная характеристика естественного расслоения: оно индуцировано простейшим (наименьшей размерности) конечномерным неразложимым представлением максимальной параболической подгруппы  $P$  группы  $G$ .

Все остальные наблюдаемые элементарные частицы моделируются в терминах возникающих неприводимых подпространств и фактор-представлений (с учетом требований унитаризуемости и положительности энергии), а также (в определенных случаях) их произведений (как расслоений).

---

\* {As it now appears.}

3. Представляется, что, с точки зрения экономности теории и удобства моделирования античастиц (во всяком случае на фундаментальном уровне), предпочтительнее использовать вещественные расслоения. Если “руками” вводить комплексификацию, то возникает в два раза больше частиц, нежели наблюдается в природе. В рамках вещественного подхода исходному расслоению, (сечения которого называются) *спэннорам*( $u$ ), соответствует 8-мерное спин-пространство. Спэнноры допускают комплексную структуру, после введения которой применим формализм 4-мерного комплексного спин-пространства и становится возможным стандартное (в теоретической физике) применение аппарата теории групп. Но локальные произведения расслоений остаются вещественными, нежели комплексными. Возникает необходимость отыскания тех вещественных факторов, которые допускают соответствующую комплексную структуру. Соответствующую — в смысле унитаризуемости и положительной энергоопределенности. Пока еще нельзя с уверенностью утверждать, что ситуация полностью сведется к применению теоретико-группового аппарата, основанного на комплексных числах.

Кроме того, в вещественном подходе теория выглядит более симметричной и естественной. В рамках теоретической физики установлено, что все необходимые представления являются вещественными. Другим доводом в пользу исходной вещественности теории служит необходимость инвариантности относительно так называемого зарядового сопряжения и относительно сопряжения, возникающего из-за наличия античастиц.

4. Рассмотрим для примера следующий (простой, но немаловажный) вопрос. Как это вообще возможно, что фундаментальные (так называемые калибровочные) бозоны (т. е. фотон,  $W$  и  $Z$ ) могут быть представлены посредством произведений фермионных расслоений?

Начнем с того, что эти бозоны моделируются положительно-энергетически унитарными факторами в рамках одноформ. В случае  $W$  и  $Z$  это представляется несомненным.  $W$  дуален паре электрон-нейтрино. Две последние частицы соответствуют представлениям  $LKT$   $(5/2, 1/2, 0)$  и  $(3/2, 1/2, 0)$  {стандартно используемое в теории представлений обозначение  $LKT$  означает *младшего веса, Lower K-Type*; в общей теории представлений “ $K$ ” означает компактность (подгруппы Ли или подалгебры Ли), в данном контексте речь идет о простой компактной алгебре Ли  $su(2)$ }. Следовательно, из такой пары можно составить ток типа  $(4, 0, 0)$ . Тем самым задается фактор в одноформах. Напомним, что ток — это математическая конструкция в рамках тензорного произведения  $F * F$  фермионного пространства  $F$  с самим собой. Частица  $Z$  дуальна паре нейтрино-антинейтрино. Перемножая  $(3/2, 1/2, 0)$  с  $(3/2, 0, 1/2)$ , где рассмотрение ведется по фактору  $w = 5/2$  инвариантного подпространства в спэннорах (т. е. это обычное  $w = 3/2$  спин-расслоение), получаем  $(3, 1/2, 1/2)$   $LKT$ -подпространство. Ситуация с фотоном,  $LKT$  которого равен  $(2, 1, 0)$  или  $(2, 0, 1)$ , не является столь же очевидной. Ведь наименьшая энергия электрона равна  $5/2$ , поэтому наименьшая энергия электрон-позитронной пары равна 5, что не соответствует фотону {под наименьшей энергией здесь и далее понимается минимальное собственное число гамильтониана, рассматриваемого на соответствующем подпространстве или на факторе; речь идет об  $\tilde{M}$ -гамильтониане, так как минимум собственных чисел  $M$ -гамильтониана равен нулю}.



Если использовать вещественный подход (и допускать неразложимость), то моделирование фотона в терминах электрон-позитронной пары становится возможным. Неразложимость обеспечивает возможность “смешивания”  $Z$  и фотона, а  $Z$  моделируется в рамках электрон-позитронной пары (такова, в частности, одна из мод его распада). Так как  $5 = 3 + 2$ , то (возможно) электрон-позитронная пара (если вести моделирование в рамках вещественного подхода, в котором, кстати, не возникают состояния с отрицательной энергией) содержит пространство токов, включающее те факторы, которые допускают положительно-энергетические унитаризуемые комплексные структуры.

Электрон и позитрон “живут” в  $w = 3/2$  спин-расслоении, факторизованном по нейтринному подпространству. Как унитарные представления (конформной) группы  $G$ , они изоморфны инвариантным подпространствам в  $w = 5/2$  спинорах (являющихся дуальными к  $w = 3/2$  спинорам), но в терминах расслоений ситуация является более сложной. Как показал Ганс {Hans Jacobsen}, произведение (как расслоений) двух положительно-энергетических компонент комплексных  $w = 5/2$  спиноров дает  $(5, 1/2, 1/2)$   $LKT$ -представление. Это последнее моделирует нейтральный каон  $K_0$ . Произведение расслоений имеет вес  $w = 5$ , дуальное к нему имеет вес  $-1$ . Получилось математическое объяснение того, что не наблюдается распада  $K^0$  на электрон-позитронную пару. Во многом из-за того, что такой распад не наблюдается, был введен очередной кварк.

Какова же тогда физическая интерпретация  $w = 5/2$  спинорных (или спинорных) факторов? Соответствующая частица не участвует в электромагнитном взаимодействии, так как сумма  $5/2 + 3/2 + 1$  конформных весов не равна 4 (поэтому пространство сечений не допускает локальную инвариантную форму, линейную по бозонному аргументу и билинейную по (двум) фермионным аргументам; т. е. нет инвариантного лагранжиана взаимодействия). Такое свойство частицы означает возможность ее долгих “путешествий” во вселенной без искажения траектории галактическими магнитными полями и возможность остаться “невидимой” для обычных (основанных на электромагнетизме) детекторов. Недавние регистрации космических лучей указывают на возможность существования такой частицы, что могло бы объяснить известную проблему “недостаточной массы” вселенной.

Для такой частицы  $x$  разрешено взаимодействие с  $w = 3/2$  электроном и с  $\pi^0$  (веса  $w = 0$ ), “живущем” в подпространстве 0-форм размерности Гельфанда–Кириллова 4. Это взаимодействие в обычном, трilinearном формате (т. е. фермионный ток и бозонное поле). Очень простое и естественное предположение (альтернатива кваркам) состоит в том, что нуклоны составлены из этой  $w = 5/2$  частицы, находящейся в связанном состоянии с электроном и позитроном или (анти)нейтрино. Получается объяснение нескольких важных наблюдаемых фактов. Но в рамках (так называемой) стандартной модели такого сорта моделирование — крайняя степень ереси, хотя немало физиков считают, что кварки не являются единственно возможным объяснением (в чем, впрочем, они никогда не признаются публично).

Итак, это представляется важной задачей — исследовать структуру произведения (как расслоений)  $w = 3/2$  спиноров с собой на предмет наличия инвариантных подфакторов, допускающих комплексную структуру и унитар-

зуюмость с условием положительной энергоопределенности. Хорошо бы, если так оно и окажется (т. е., как говорилось выше, это будет моделирование фотона и  $Z$ ). Конечно, даже если итог (исследования) будет другим, то он, во всяком случае, поможет лучше понять интересующую нас структуру.

5. Всегда ли унитарные факторы, определяемые по инвариантным факторпространствам последовательных произведений  $F$  с собой, принадлежат дискретной серии? Возможно, даже вся положительно-энергоопределенная часть дискретной серии для  $G$  может быть получена из таких составляющих? Тот метод при конструировании частиц (метод “слияния”), который был применен впервые де Бройлем\*, может считаться определенным продвижением в попытке ответа на такой вопрос.

6. Странность — это еще один аспект, который надо прояснить при рассмотрении данных задач. В основном она проявляется в  $K^0$ , существующем в двух формах: “долгоживущий”  $K_L$  и “короткоживущий”  $K_S$ . Стандартное моделирование этих двух частиц использует линейные комбинации  $K^0$  со своей античастицей. ( $K^0$  является единственной частицей, демонстрирующей нарушение CP-инвариантности, а отсутствие других частиц с нарушением CP-инвариантности является одной из загадок современной “стандартной” физики.) Весьма естественным представляется предположение о том, что это соответствует двум компонентам при сужении на максимальную параболическую подгруппу {11-мерную подгруппу Пуанкаре}. Ну а для других странных частиц? Похоже, что (на основе законов сохранения при слабых распадах) все они соответствуют тем  $LKT(m, j, j')$ , для которых  $jj'$  не равно 0.

7. Все наблюдаемые массивные частицы, за исключением самых известных, имеют некоторый разброс масс {mass width}. По-видимому, и эти {самые известные, т. е. протон, электрон, мюон и др.} обладают разбросом масс, просто он слишком мал для того, чтобы его можно было зарегистрировать. Например, при выборе некоторых естественных единиц измерения разброс для электрона будет  $10^{-18}$ , его невозможно напрямую зарегистрировать. Это означает, что (при сужении на максимальную параболическую) частица в покое (в состоянии с наименьшей энергией) будет представлена прямой суммой (или интегралом) масс, что известно как пакет масс.

Ирвинг Сигал, 16 января 1997 г.

## 7.2. Все во вселенной сотворено из спэнноров? \*\*

Конкретнее, верно ли, что все элементарные частицы являются, по существу, обобщенными фундаментальными фермионными токами? Еще конкретнее, все состоит из электронов (массивная частица спина 1/2, конформного веса 3/2), нейтрино (безмассовая частица спина 1/2, конформного веса 3/2 или 5/2) и эксонов (массивная частица спина 1/2, конформного веса 5/2)? Предполагается, что это модели фундаментальных фермионов. Они естественным образом соответствуют *стабильным* факторам спэннорного расслоения, где стабильность означает унитарность и энергоположительность (для конформной

\* {См.: L. de Broglie, Theorie de particules a spin (method de fusion), Paris, 1943; автор признателен В. В. Варламову за это уточнение.}

\*\* {Is everything in the Universe made out of spanners?}

группы  $G$  в ее односвязной форме), а под фактором понимается неприводимое фактор-представление.

Представляется, что для комплексных спэнноров так оно и есть, но похоже, что физика “выбирает” вещественность, что делает ответ на этот вопрос менее очевидным. По определению, стабильным вещественным представлением называется такое, которое допускает комплексную структуру, превращающую его в унитарное энергоположительное представление группы  $G$ . Заметим, что если такая комплексная структура существует, то (стандартным аргументом комплексного анализа) можно доказать ее единственность.

Вещественные спэнноры могут быть охарактеризованы как тензорное произведение скалярного  $w = 2$  представления (здесь и далее через  $w$  обозначается конформный вес) с 8-мерным вещественным спин-представлением  $G$ . При этом берутся лишь те сечения скалярного расслоения, которые инвариантны относительно генератора  $\zeta$  бесконечного циклического центра группы  $G$ . Альтернативная характеристика вещественных спэнноров такова: они индуцированы неразложимым, наименьшей размерности представлением (расширенной скейлингом) подгруппы Пуанкаре (т. е. максимальной параболической в  $G$ ).

Вещественные спэнноры допускают локальную инвариантную комплексную структуру, при которой они эквивалентны комплексным полуспинорам. Но это “неправильная” комплексная структура: в ней нет энергоположительности. В физической литературе энергоположительность вводится “руками”, что “утяжеляет” конструкцию, но, на самом-то деле, может пониматься как сложный способ введения новой нелокальной комплексной структуры. Этот “трюк” первым осуществил Дирак. Он интерпретировал электроны с отрицательной энергией как позитроны, описывая их как “дырки в океане электронов отрицательной энергии”.\*

Если исходить из вещественных спэнноров и получать комплексные представления введением комплексных структур на вещественных факторах, то такого усложнения теории не возникает. Кроме того, не возникает и (имеющегося в стандартном подходе) удвоения состояний.

Эту задачу можно разбить на две части, фермионы веса  $3/2$  и фермионы веса  $5/2$ . Фермионы веса  $3/2$  хорошо известны, они ассоциируются с известными бозонами — фотоном  $\gamma$ , калибровочными бозонами  $W$  и  $Z$ , есть смысл начать с них. Вопрос таков: можно ли построить  $\gamma$ ,  $W$  и  $Z$  из фермион-антифермионных токов? Немного упрощая вопрос: все ли стабильные факторы пространства од-

\* От ред.: Прочитируем П. А. М. Дирака полное: “Допустим, что в том мире, который мы знаем, почти все электронные состояния с отрицательной энергией заняты электронами. Эта совокупность электронов, сидящих на отрицательных уровнях энергии, вследствие своей однородности не может восприниматься нашими чувствами и измерительными приборами, и только лишь не занятые электронами уровни, являясь чем-то исключительным, каким-то нарушением однородности, могут быть замечены нами совершенно таким же образом, как мы замечаем занятые состояния электронов с положительными энергиями. Незанятые состояния с отрицательной энергией, т. е. “дырки” в распределении электронов с отрицательной энергией, будут восприниматься нами как частицы с положительной энергией; ведь отсутствие отрицательной кинетической энергии равносильно присутствию положительной кинетической энергии, так как минус на минус дает плюс... Представляется разумным отождествить такую “дырку” с позитроном, т. е. утверждать, что позитрон есть “дырка” в распределении электронов с отрицательной энергией” /1933 г., Ленинград, 1-я Всесоюзная ядерная конференция/.

ноформ на мире Минковского эквивалентны токам  $e \times e$  (т. е. факторам произведения расслоений  $e \times e$ , где через  $e$  обозначена  $w = 3/2$  частица — электрон или нейтрино).

При комплексном подходе это невозможно, так как наименьшая энергия (ее можно назвать конформно-инвариантной массой) электрона равна  $5/2$ , поэтому наименьшая энергия пространства токов  $e \times e$  равна  $5$ , в то время как наименьшая энергия фотона равна  $2$ .  $Z$  может быть реализован как нейтринный ток, поскольку его наименьшая энергия  $3 = 3/2 + 3/2$ , где  $3/2$  — это масса нейтрино.  $W$  тоже может быть реализован как электрон-нейтринный ток, поскольку его наименьшая энергия  $4 = 5/2 + 3/2$ . Ну а фотон?

Похоже, что здесь-то и необходимо использование вещественных расслоений. Содержит ли локальное произведение *вещественных* спэнноров на себя стабильную компоненту, преобразующуюся как  $\gamma$ ? Это может быть осуществимо математически из-за неразложимости пространства токов. Это имеет физический смысл, объясняя обычное взаимодействие электронов и фотонов. Можно выразиться и так: надо представить  $w = 3/2$  стабильные факторы спинорного расслоения как квадратный корень из расслоения одноформ, что является как бы локальным аналогом очевидного соответствующего глобального представления (получаемого из разложения произведения спин-расслоения на себя). Утвердительный ответ был бы объяснением основной загадки электромагнитного взаимодействия, подтвердил бы общий подход и был бы шагом вперед в задаче определения на основе общих математических принципов одного из основных параметров современной теории частиц — угла  $\theta_W$  (так называемого “угла Вайнберга”, хотя впервые его ввел Глэшоу).

ies – 2/10/97

{ies — Ирвинг Эзра Сигал, 10 февраля 1997 г.;  
текст передан автору вдовой И. Сигала,  
М. Сигал, 2 февраля 1999 г.}

## 8. DLF-теория как развитие хронометрии Сигала

Как обсуждалось выше, в хронометрии И. Сигала список *элементарных частиц* получен математически, на основе теории представлений. Лишь одна из этих частиц, “эксон”, не была соотнесена Сигалом (вплоть до его ухода из жизни в 1998 г.) с экспериментально наблюдаемыми частицами. Как уже было отмечено выше, в начале 2008 г. автор высказал гипотезу (и инициировал ее обсуждение в научных кругах), что эксон  $x$  — это хронометрическая модель протона. По нашему мнению, такое предположение соответствует стабильности протона, ведь эксон “обитает” в нижнем инвариантном подпространстве фермионного клана. Эксон и электрон занимают “диаметрально противоположные” положения с точки зрения композиционного ряда (6.4), что физически воспринимается как противоположность (и равенство) электрических зарядов протона и электрона. По Сигалу, протон состоит из  $x$ ,  $e^+$  и  $\nu_e$ . (Здесь и далее античастица, как правило, отмечается знаком тильда, лишь позитрон обозначается  $e^+$ :  $\tilde{\nu}_e$  — электронное антинейтрино.) Но почему же не наблюдается распад протона? Гипотеза Левичева: протон — это  $x$ . Сигал: нейтрон состоит из  $x$ ,  $e^+$  и  $e$ . Его

распад моделируется следующим образом [23, с. 998]:

$$x + e^+ + e \rightarrow (x + e^+ + \nu_e) + e + \tilde{\nu}_e = p + e + \tilde{\nu}_e.$$

Этот бета-распад интерпретируется Сигалом на основе “перетекания”

$$e \rightarrow \nu_e + e + \tilde{\nu}_e,$$

объясняемого присущей хронометрии неразложимой “фабрикой частиц” (см. п. 6). Одно из возражений автора против такого объяснения состоит в неравноправности ролей электрона  $e$  и позитрона  $e^+$ : ведь позитрон тоже должен “перетекать” в нижние состояния. Не проще ли (отождествляя  $x$  с  $p$ ) ввести модель нейтрона

$$n = p + e + \tilde{\nu}_e,$$

оставляя без изменений (т. е. на основе лагранжиана слабого взаимодействия) моделирование бета-распада?

По-видимому, одно из возражений Сигала против такой модели состояло бы в том, что (см. п. 7.1) эксон не может участвовать в *трилинейном* электромагнитном взаимодействии, так как сумма конформных весов (эксон —  $5/2$ , электрон —  $3/2$ ) уже равна четырем. Но, по нашему мнению, ведь остается возможность инвариантного *билинейного* лагранжиана взаимодействия между эксоном (т. е. протоном) и электроном.

Сигал не был вполне удовлетворен (предварительным) итогом хронометрии по моделированию фотона (см. п. 7.2) в связи с собственными числами соответствующего оператора энергии {точнее,  $D$ -энергии; здесь и далее введенная в п. 6 группа  $U(2)$  обозначается через  $D$ }. Переходя к краткому изложению основ предлагаемой автором DLF-теории, отметим, что она может прояснить эту “сложность” с фотоном (так как необходимо будет рассматривать и собственные значения, по крайней мере, еще одного оператора: того, который соответствует  $F$ -энергии).

Как было отмечено выше, и система конусов, и задающая эту систему метрика являются двусторонне-инвариантными (как в  $M$ , так и в  $D$ ). В начале 1980-х годов автором было установлено, что имеются еще два подобных случая. Напомним, что билинейная форма в алгебре Ли  $\mathfrak{n}$  со скобкой  $[\cdot, \cdot]$ , по отношению к которой все операторы  $ad_x$  кососимметричны, называется *инвариантной* (по определению, такой оператор переводит вектор  $y$  в  $[x, y]$ ). Следующий результат хорошо известен [33]:

**Теорема 3.** *Метрика на группе Ли  $N$  билинейна тогда и только тогда, когда (соответствующая) форма в алгебре Ли  $\mathfrak{n}$  инвариантна.*

**Замечание 1.** Инвариантная невырожденная форма в простой алгебре Ли пропорциональна форме Киллинга.

**Теорема 4** [34, 35]. *В размерности 4 существуют ровно три некоммутативные алгебры Ли, допускающие невырожденную инвариантную форму лоренцевой сигнатуры:  $d = u(2)$ ,  $f = u(1, 1)$ ,  $l = osc$ .*

**Замечание 2.** Первые два случая хорошо известны (не существует других некоммутативных четырехмерных редуцированных алгебр Ли). Несколько неожиданно было найти разрешимую алгебру в этом списке (она называется *алгеброй*

осциллятора и может быть формально определена следующими коммутационными соотношениями:  $[l_2, l_3] = l_1$ ,  $[l_2, l_4] = l_3$ ,  $[l_4, l_3] = l_2$ . Известно, что форма Киллинга любой разрешимой алгебры Ли вырождена. В некоторых текстах (например, в [36] на с. 210) невырожденная инвариантная форма называется формой Киллинга. Наличие алгебры осциллятора (а у нее есть аналоги более высокой размерности) означает, что такое определение — “неправильное”.

Хронометрия Сигала исходит из мира  $D$ . Из только что изложенного следует, что имеются еще в точности два пространства-времени ( $L$  и  $F$ ) с почти столь же “хорошими” свойствами, что у  $D$ . В рамках предлагаемой автором DLF-теории миры  $D$ ,  $L$ ,  $F$  “сосуществуют” (некоторые детали этого приводятся ниже) как нечто единое, а миру Минковского  $M$  отводится, в общем-то, лишь вспомогательная роль — касательного пространства в точке (любого из трех миров).

Как отмечалось в [37], с точки зрения общей теории относительности,  $L$  — это решение уравнений Эйнштейна, соответствующее *изотропному электромагнитному полю с ковариантно постоянным световым вектором* (см. также [38, с. 123]). В нем выполняются энергетические условия, скалярная кривизна равна нулю.  $F$  — это *тахионная жидкость* [39, с. 57]. Соответствующая биинвариантная метрика допускает параметр  $a$ , связанный с выбором инвариантной формы на простой подалгебре Ли  $su(1, 1)$  в  $u(1, 1)$ . Скалярная кривизна равна  $(-6/a^2)$ . *Плотность энергии* этого пространства-времени  $(-1/a^2)$ . Отрицательная плотность энергии (и, как следствие, *нарушение энергетических условий*) говорит об особой роли этого мира (в рамках DLF-подхода). Доказательства и дальнейшие физико-математические характеристики этих миров приведены в [38, 40].

В [37] было также установлено существование вложений миров  $L$ ,  $F$  в  $D$  и доказана следующая

**Теорема 5.** *Три мира имеют общее поле световых конусов над некоторой открытой областью в  $D = U(2)$ .*

В этой же статье отмечалось, что вместо трех миров можно было бы рассматривать и четыре, добавив пространство-время Минковского  $M$  (реализация  $M$  как глобальной подгруппы Ли в  $SU(2, 2)$  приведена в [8] на с. 112). Представляется, что теорема 5 может иметь важное значение с точки зрения физики. Ведь система световых конусов задает причинную структуру рассматриваемого мира событий. Спрашивается: как еще (кроме  $M$ ) могут “наблюдатели, живущие в данном мире”, моделировать соответствующую совокупность событий (с возможностью обмена световыми сигналами между наблюдателями)? Стандартной в современной физике является модель  $M$ , но с тем, что группа движений (изометрий) мира  $M$  слишком велика (10-мерна), а сам он некомпактен, связаны и значительные теоретические трудности (отсутствие инвариантного вакуума, инфракрасные и ультрафиолетовые расходимости и др.). Математически более “удобными” (в квантовой теории поля, например) являются так называемые *аменабельные* группы ( $P_0$  не является таковой из-за наличия подгруппы Лоренца  $SL(2, C)$ ).

Итак, теорема 5 говорит о физической возможности сосуществования трех миров. Математика такого сосуществования основана на механизме параллелизации (векторных) расслоений. Пока достаточно иметь в виду, что параллели-

зация означает и тривиализацию (соответствующего расслоения), задаваемую выбором четырехмерной подгруппы конформной группы.

Напомним, что в современной квантовой механике волновые функции частиц являются сечениями (определенных) индуцированных векторных расслоений над пространством-временем. Если *спин* частицы равен нулю, то слой — одномерный комплексный (это так называемое *скалярное расслоение*). Для частиц спина  $1/2, 1, \dots$  размерность слоя выше. Каждому объекту сопоставляется его *состояние* (часто называемое *волновой функцией*, но этот последний термин целесообразнее употреблять в более специализированной ситуации, а именно: ПОСЛЕ параллелизации).

Если в качестве объекта рассматривается *элементарная частица* (“живущая” в некотором мире событий  $W$ ), то совокупность ее возможных состояний является вполне определенным подпространством (или фактор-пространством) множества сечений (бесконечно дифференцируемых, суммируемых с квадратом и т. д. — в данном случае нет необходимости уточнять эти детали) некоторого векторного расслоения с базой  $W$ . На этой стадии состояния еще не принимают числовых (для *скалярной* частицы) или векторных (для частиц ненулевого *спина*) значений. Необходим переход от (абстрактных) сечений к параллелизованным сечениям (т. е. к волновым функциям). Затем вводится структура гильбертова пространства и т. д. (нет необходимости детализировать эти этапы в данной работе). Процедура параллелизации (см. [41–43], где уточняются некоторые математические детали хронометрических параллелизаций, введенных в [8]) во многом определяется выбором параллелизующей (четырёхмерной) подгруппы  $N$  в группе  $G$ . Начиная с этого этапа,  $N$  как бы заменяет исходный мир событий  $W$  (типичная ситуация состоит в том, что группа  $N$  является накрытием мира  $W$ ).

В рамках стандартной теоретической физики  $G$  — это 10-мерная группа Пуанкаре, а в качестве параллелизующей подгруппы практически всегда (зачастую — “по умолчанию”) выбиралась векторная группа мира Минковского  $M$ . Проблемы выбора параллелизации не возникало еще и потому, что фактически рассмотрение начиналось с параллелизованных сечений (т. е. с волновых функций). Индуцирование проводилось по подгруппе Лоренца (такой подход был заявлен знаменитой статьей Вигнера [22]).

Важность параллелизации отмечается уже в [8]: именно на с. 98–116 этой статьи сформулирован и доказан ряд как общих, так и “хронометрических” теорем. В дальнейших работах группы Сигала использовалась лишь одна из параллелизаций, основанных на мире  $D$  (“*left curved parallelization*”). Иногда она сравнивалась с плоской параллелизацией (задаваемой векторной группой мира  $M$ ).

Из вышеизложенного становится понятно, что необходимо рассмотреть еще два класса параллелизаций: те, которые определяются группами  $L$  и  $F$ . Отсюда термины:  $LF$ -развитие хронометрии Сигала,  $D$ -,  $L$ -,  $F$ -*интерпретации* (единого) *мира событий*. На таком языке  $M$ -*интерпретация* — это специальная теория относительности.

В DLF-теории возникает вопрос о пересмотре роли группы Пуанкаре  $P_0$ . Отметим, что (по сложившейся в физике терминологии) *лоренц-инвариантность* означает инвариантность относительно именно группы  $P_0$ . Еще в 1959 г. Си-

галл [44] отмечал (развитие этих идей см. в его статьях [45] и [27, с. 138]), что *лоренц-инвариантность* в квантовой теории поля, во-первых, *неосуществима*, а во-вторых, она *не является необходимой*. И что для определения (т.е. введения) общепринятых релятивистских квантовых чисел достаточной является (7-мерная и аменабельная) группа изометрий ньютоновского пространства-времени (Сигал не включал в эти изометрии так называемые “преобразования скорости”). Хронометрия Сигала исходит из мира  $D$  с 7-мерной аменабельной группой изометрий. В рамках предлагаемой DLF-теории миры  $D$ ,  $L$ ,  $F$  “сосуществуют” как нечто единое. Группы изометрий этих трех миров 7-мерны и могут быть деформированы в группу изометрий мира Ньютона (см. [46]). В этом-то и состоит основной математический смысл выдвинутого автором (19 сентября 2009 г.) лозунга: *Назад, к Ньютону!* Конечно же, как должно быть понятно из вышеизложенного, этот лозунг выдвинут не в смысле возвращения к абсолютному расщеплению мира событий на (трехмерное) пространство и (одномерное) время. Еще одним важным обстоятельством является доказанный Сигалом результат, что инвариантность относительно группы изометрий мира  $D$  влечет приблизительную (с огромной экспериментальной точностью)  $P_0$ -инвариантность.

Вернемся к вопросу пересмотра роли группы Пуанкаре  $P_0$ . Если пополнить  $P_0$  дилатациями, то получающаяся 11-мерная группа  $P$  изоморфна *стационарной подгруппе* конформной группы в ее (дробно-линейном) действии на  $D = U(2)$ . И в этом смысле она остается фундаментально важным ингредиентом теории. Напомним также, что генератор дилатаций действует на подалгебре Лоренца тривиально, а на векторной подалгебре — единичным оператором.

## 9. Вместо заключения

Отметим некоторые интересные направления, которые как бы переключаются с хронометрией и DLF-теорией.

- А. Барут в [47] выдвинул следующее фундаментальное положение: *лишь абсолютно стабильные частицы могут считаться кирпичиками материи\**. Он перечислил эти частицы: протон, электрон, нейтрино и фотон. {Математика фермионного клана хронометрической теории уточняет, что имеются два нейтрино — электронное и мюонное.} Барут поясняет: “С точки зрения экономности теории при объяснении нестабильных частиц и их квантовых чисел, не правильнее ли считать их состоящими из абсолютно стабильных частиц, которые являются продуктами их распада?”

- Ж.-П. Вижье в статье [48] (“Объяснение сил инерции на основе теории Эйнштейна–де Бройля–Бома (Э.–д. Б.–Б.) стохастической интерпретации квантовой механики”) отмечает, что “*происхождение и природа инерциальных сил... — это одна из неразгаданных тайн современной физики*”. В этой статье делается вывод, что “инерция есть необходимое следствие движения частицы, описываемое Э.–д. Б.–Б.-формализмом квантовой механики”.

- В статье “Вклад в инертную массу реакции вакуума на ускоренное движение” [49] основная идея работы [48] применена в ситуации электромагнитного вакуума: “*Взаимодействие между вакуумом и ускоряющимся объектом при-*

\* *Truly elementary constituents of matter.*



водит к появлению силы сопротивления ускорению, интерпретируемую как инерция”.

• В публикации [50] Х. Джорджи (H. Georgi, Harvard University, USA) ввел термин “физика не-частиц” {unparticle physics}. Он обозначает ситуацию, когда физика высоких энергий стандартной модели слабо спарена с сектором, переходящим в масштабно-инвариантную теорию в инфракрасном режиме. В ней нет места состояниям с постоянной ненулевой массой. Делается вывод, что такое состояние (конформного веса  $w$ ) проявляет себя как невидимые частицы в (нецелом!) количестве  $w$ . В последующей статье [51] представлена и изучена двумерная модель безмассовых фермионов, спаренных с массивным скалярным полем. В инфракрасном режиме это взаимодействие переходит в спаривание двух заряженных скаляров с полем “не-частиц” дробного конформного веса. Изучен некий простейший процесс, при котором эти два скаляра “исчезают” (точнее, превращаются в “не-частицы”). Отметим, что к 2010 г. счет опубликованных по этой тематике работ уже идет на десятки.

Автор верит, что развитие DLF-теории в охарактеризованных выше направлениях приведет ее к занятию тех позиций, на которые не смогла подняться хронометрия Сигала. Завершая краткий обзор становления и развития хронометрии, целесообразно подвести итог следующей таблицей, демонстрирующей взаимосвязь геометрии и современной теоретической физики\*.

**Табл. 1.** Геометрия с Алгеброй — Теоретическая физика

ГЕОМЕТРИЯ	Группы и алгебры Ли, геометрический анализ	ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА
1. Пространственно-временные структуры, группы симметрий, векторные расслоения. Исследования школы А. Д. Александрова и других научных групп	Частицы соответствуют специальным неприводимым представлениям группы симметрии (Е. Р. Wigner, 1939, [22])	Квантовая механика, частицы и взаимодействия ([52]: “Геометрия стандартной модели элементарных частиц”, А. Derdzinski, 1992)
2. Аффинное пространство $M$ с (фиксированной) метрикой лоренцевой сигнатуры	Изометрии $\dim = 4$ мира $M$ : $\dim = 10$ группа Пуанкаре $P_0$	СТО (специальная теория относительности). Стандартная модель частиц и взаимодействий
3. Причинная группа четырехмерного мира $M$	$\dim = 11$ группа $P$ ( $P_0$ с добавлением гомотетий)	Масса частицы не является масштабно-инвариантной: разрешение этого парадокса Сигалом
4. Локальная причинность приводит к конформной группе $G$ . Группа $G$ глобально действует на компактификации $D$ мира $M$	Матричная модель: $G = SU(2, 2)$ , $D = U(2)$ , $G$ действует на $D$ дробно-линейно. $\dim G = 15$ , стационарная подгруппа изоморфна группе $P$	Уравнения Максвелла в пустом пространстве допускают конформную группу (публикации начала XX века). Конформная инвариантность в квантовой теории поля

\*Она была представлена автором 19 сентября 2009 г. на конференции “Современные проблемы анализа и геометрии” (Новосибирск, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН).

5. Восстановление глобальной причинной структуры в $\tilde{D}$	Действие группы $\tilde{G}$ определено всюду на $\tilde{D}$	ОТО: $\tilde{D}$ — это статическая вселенная Эйнштейна ( <i>идеальная жидкость</i> )
6. Соответствие (линейное) между $d = u(2)$ и абелевой алгеброй Ли $M$ (матрицы Паули). Вложение мира $M$ в $D$ (отображение Кэли). Коммутативность диаграммы (действие группы $P$ в $M$ и в $D$ )	Представления группы $G$ , индуцированные конечномерными представлениями подгруппы $P$ . Неразложимость как характерное свойство $G$ -представлений	Физическая интерпретация генераторов конформной группы, квантовые числа. Фундаментальные дифференциальные уравнения как условия неприводимости представлений
7. Векторные расслоения и их тривиализации. Индуцированные расслоения над однородными мирами	Параллелизации таких расслоений, как тривиализации, задаваемые подалгебрами в $su(2, 2)$	Состояния (в квантовой механике) как сечения векторного расслоения (нежели просто функции на $M$ )
8. $\text{Dim} = 4$ миры с согласованной причинной и групповой структурами	Четырехмерные группы Ли с двусторонне инвариантной метрикой. Локально таких миров четыре. Их алгебры Ли: $m, d, l = osc, f = u(1, 1)$	ОТО: $L$ — это весьма специальное электромагнитное поле; $F$ — <i>тахюнная жидкость</i> (ср. с идеальной жидкостью $D$ )
9. Сравнительные характеристики миров $D, L$ и $F$	Реализация $d = u(2), l = osc, f = u(1, 1)$ как подалгебр в $u(2, 1)$ и $su(2, 2)$	Выбор $D-, L-, F$ -параллелизаций для квантовомеханических состояний
10. Семимерность их групп изометрий	Деформации между $d, l, f$ . Деформации между алгебрами Ли изометрий	Непрерывные переходы между этими параллелизациями
11. Невозможность $L$ -реализации $2 \times 2$ -матрицами	Группы Ли $U(p, q)$ матриц размера $p + q$ как единая система, основанная на дробно-линейных преобразованиях (Левичев, Свидерский, Новосибирск, 2009)	Многомерные ( $\text{dim} > 4$ ) пространственно-временные модели и параллелизации расслоений над ними

## ЛИТЕРАТУРА

1. Baez J., Beschler E., Gross L., Kostant B., Nelson E., Vergne M., and Wightman A. *Irving Ezra Segal (1918–1998)* // Notices of the Amer. Math. Soc. — 1999. — V. 46, No. 6. — P. 659–668.
2. J. Funct. Anal., Special Issue Dedicated to the Memory of I. E. Segal. — 2002. — V. 190, No. 1.
3. Segal I. *A class of operator algebras which are determined by groups* // Duke Math. J. — 1951. — V. 18. — P. 221–265.
4. Сигал И. Математические проблемы релятивистской физики. — М.: Мир, 1968. — 192 с.
5. Segal I. *Positive-energy particle models with mass splitting* // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 1967. — V. 57. — P. 194–197.
6. Segal I. *Covariant chronogeometry and extreme distances. I* // Astron. Astroph. — 1972. — V. 18. — P. 143–148.
7. Segal I. E. *Mathematical Cosmology and Extragalactic Astronomy*. — Academic Press, New York, 1976. — 215 p.
8. Paneitz S., Segal I. *Analysis in space-time bundles I. General considerations and the scalar bundle* // J. Funct. Anal. — 1982. — V. 47. — P. 78–142.
9. Paneitz S., Segal I. *Analysis in space-time bundles II. The spinor and form bundles* // J. Funct. Anal. — 1982. — V. 49. — P. 335–414.

10. Paneitz S. *Analysis in space-time bundles III. Higher Spin Bundles* // J. Funct. Anal. — 1983. — V. 54. — P. 18–112.
11. Paneitz S., Segal I., and Vogan D., jr. *Analysis in space-time bundles IV. Natural bundles deforming into and composed of the same invariant factors as the spin and form bundles* // J. Funct. Anal. — 1987. — V. 75. — P. 1–57.
12. Daigneault A. Irving Segal's Axiomatization of Spacetime and its Cosmological Consequences. [Электронный ресурс] — URL: <http://arXiv.org/abs/gr-qc/0512059>.
13. Daigneault A. *Standard Cosmology and Other Possible Universes* // Physics Before and After Einstein / Ed. M. M. Capria. — IOS Press, 2005. — P. 285–324.
14. Daigneault A., Sangalli A. *Einstein's static universe: An idea whose time has come back?* // Notices of the Amer. Math. Soc. — 2001. — V. 48. — P. 9–16.
15. Segal I., Choquet-Bruhat Y., Paneitz S. *The Yang-Mills equations on the universal cosmos* // J. Funct. Anal. — 1983. — V. 53. — P. 112–150.
16. Paneitz S., Segal I. *Selfadjointness of the Fourier expansion of quantized interaction field Lagrangians* // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 1983. — V. 80. — P. 4595–4598.
17. Segal I. *Covariant chronogeometry and extreme distances. III* // Internat. J. Theoret. Phys. — 1982. — V. 21. — P. 851–869.
18. Segal I. *Causally oriented manifolds and groups* // Bull. Amer. Math. Soc. — 1971. — V. 77. — P. 958–959.
19. Paneitz S. *All linear representations of the Poincare group up to dimension 8* // Ann. Inst. H. Poincare. — 1984. — V. 40. — P. 35–57.
20. Segal I. *Chronometric cosmology and fundamental fermions* // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 1982. — V. 79. — P. 7961–7962.
21. Segal I. *Evolution of the inertial frame of the Universe* // Nuovo Cim. B. — 1984. — V. 79, No. 2. — P. 187–192.
22. Wigner E. P. *On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group* // Ann. of Math. — 1939. — V. 40. — P. 149–204.
23. Segal I. *Is the cygnet the quintessential baryon?* // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 1991. — V. 88. — P. 994–998.
24. Левичев А. В. *Хронометрическая теория II. Сигала как завершение специальной теории относительности* // Изв. ВУЗов. Физика. — 1993. — № 8. — С. 84–89.
25. Levichev A. V. *On Mathematical Foundations and Physical Applications of Chronometry* // Semigroups in Algebra, Geometry, and Analysis / Eds. J. Hilgert, K. Hofmann, and J. Lawson. — W. de Gruyter and Co, Berlin, 1995. — P. 77–103.
26. Александров А. Д. *К основаниям теории относительности* // Вестн. ЛГУ. — 1976. — № 19. Сер. математики, механики, астрономии. — Вып. 4. — С. 5–28.
27. Pedersen J., Segal I., Zhou Z. *Massless  $\varphi_d^q$  quantum field theories and the nontriviality of  $\varphi_4^4$*  // Nucl. Phys. B. — 1992. — V. 376. — P. 129–142.
28. Segal I., Zhou Z. *Convergence of Nonlinear Massive Quantum Field Theory in the Einstein Universe* // Ann. Phys. — 1992. — V. 218. — P. 279–292.
29. Segal I., Zhou Z. *Convergence of Quantum Electrodynamics in a Curved Deformation of Minkowski Space* // Ann. Phys. — 1994. — V. 232. — P. 61–87.
30. Segal I., Zhou Z. *Conformal Extension of Massive Wave Functions* // J. Funct. Anal. — 1998. — V. 155. — P. 550–570.
31. Segal I., Vogan D., Zhou Z. *Spinor Currents as Vector Particles* // J. Funct. Anal. — 1998. — V. 156. — P. 252–262.
32. Segal I. *Real Spinor Fields and the Electroweak Interaction* // J. Funct. Anal. — 1998. — V. 154. — P. 542–558.
33. Milnor J. *Curvatures of Left Invariant Metrics on Lie Groups* // Advances in math. — 1976. — V. 21, No. 3. — P. 293–329.
34. Левичев А. В. *Причинные конусы в алгебрах Ли малых размерностей* // Сиб. мат.

- журн. — 1985. — Т. 26, № 5. — С. 192–195.
35. Гуц А. К., Левичев А. В. *К основам теории относительности* // ДАН СССР. — 1984. Т. 277. — С. 253–257.
  36. Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия. — М.: Наука, 1979. — 759 с.
  37. Levichev A. V. *Three symmetric worlds instead of the Minkowski space-time* // Trans. RANS, ser. MMM&C. — 2003. — V. 7, No. 3–4. — P. 87–93.
  38. Левичев А. В. *Хроногеометрия электромагнитной волны, заданной бинвариантной метрикой на группе осциллятора* // Сиб. мат. журн. — 1986. — V. 27. — P. 117–126.
  39. Крамер Д., Штефани Х., Херлт Э., Мак-Каллум М. Точные решения уравнений Эйнштейна / Под ред. Э. Шмутцера. — М.: Энергоиздат, 1982. — 416 с.
  40. Левичев А. В. *Некоторые симметрические пространства общей теории относительности как решения уравнений Эйнштейна-Янга-Миллса* // Теоретико-групповые методы в физике / Труды третьего международного семинара (Юрмала, май 1985), том 1 / Под ред. М. А. Маркова. — М.: Наука, 1986. — С. 145–150.
  41. Levichev A. V. *On the notion of induced representation of a Lie algebra: geometric description and chronometric applications* // Siberian Advances in Mathematics. — 2001. — V. 11, No. 4. — P. 1–12.
  42. Levichev A. V. *Certain chronometric bundles over compact worlds: triviality of scalar and spinor bundles* // Siberian Advances in Mathematics. — 2003. — V. 13, No. 4. — P. 1–9.
  43. Levichev A. V. *Parallelizations of chronometric bundles based on the rotating universe* // Trans. RANS, ser. MMM&C. — 2004. — V. 8, No. 3–4. P. 69–79.
  44. Segal I. *Characterisation mathématique des observables en théorie quantique des champs at ses conséquences pour la structure des particules libres* // Colloques Int. Centre Nat. Rech. Sci. — 1959. — V. 75. — P. 57–103.
  45. Segal I. *Is the physical vacuum really Lorentz-invariant?* // Differential Geometry, Group Representations, and Quantization / Eds.: J. Hennig, W. Lucke, and J. Tolar. — Lecture Notes in Physics. — No. 379. — Springer-Verlag, Berlin, 1991. — P. 137–143.
  46. Levichev A. V., Sviderskiy O. S. *Contractions of certain subalgebras of the conformal Lie algebra  $su(2, 2)$  in the context of the DLF-theory* // Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений. Международная конференция, посвященная 100-летию со дня рождения С. Л. Соболева (Новосибирск, 5–12 октября 2008 г.): Тез. докладов. — Новосибирск: Изд-во ИМ, 2008. — С. 392.
  47. Barut A. *Return to 1932: proton, electron, and neutrino as true elementary constituents of leptons, hadrons, and nuclei* // Quantum Theory and the Structures of Time and Space / Eds. L. Castell et al. — V. 4. — Carl Hanser Press, Munich, 1981. — P. 152–163.
  48. Vigier J.-P. *Derivation of Inertial Forces from the Einstein-de Broglie-Bohm Causal Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics* // Foundations of Physics. — 1995. — V. 25. — P. 1461–1494.
  49. Rueda A. and Haisch B. *Contribution to inertial mass by reaction of the vacuum to accelerated motion* // Foundations of Physics. — 1998. — V. 28. — P. 1057–1108.
  50. Georgi H. Unparticle Physics. [Электронный ресурс] — URL: <http://arxiv.org/abs/hep-ph/0703260>.
  51. Georgi H., Kats Ye. *Unparticle Example in 2D* // Phys. Rev. Lett. — 2008. — V. 101, No. 13 [Note(s): 131603.1–131603.4].
  52. Derdzinski A. *Geometry of the Standard Model of Elementary Particles* / Texts and Monographs in Physics. — Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 1992. — 211 p.

**Послесловие от ред.:** Этот доклад был написан по заказу Оргкомитета конференции для дискуссии по математическим моделям современного естествознания на запланированной в Решении Конференции ФПВ-2008 Летней школе для молодых ученых.

Хронометрия\* выдающегося ученого XX века, математика с широким естественно-научным кругозором, Ирвинга Эзры Сигала выделяется из всех известных математических моделей, претендующих на роль теории физики частиц и фундаментальных взаимодействий. Она отличается четко определенной с самого начала физической стратегией — возникшей в итоге основательного анализа математического фундамента теории квантованных полей, и адекватным этой стратегии математическим оснащением. Удачно приведенные в п. 7 две неопубликованные небольшие (краткие, но идейно емкие) статьи Сигала, а также цитирующиеся ключевые фрагменты из опубликованных работ дают возможность сразу оценить и логику его научного подхода, и его искренность и принципиальность в суждениях — когда для исследователя “свет истины дороже всего”.

Так, мы видим, что в 1997 г. он критически отмечает ставшую привычной в теоретической физике тенденцию “преодолевать” трудности в исследовании Природы “изобретением” новых частиц и прямо говорит об этом, отмечая и грустную тенденцию большинства в научном сообществе — не выступать публично с сомнениями относительно главенствующих теорий (на самом деле — только гипотез!). *А propos*, в 2002 г. в своей книге “Дело атома” М. Грызинский радикально заострит критику такой тенденции в физической теории в риторическом вопросе: “Новые частицы, новые силы — необходимость или выбор легкого пути”?

Необходимо понимать, что эта тенденция — прямое следствие того обстоятельства, что в естественных науках и особенно в физике ‘изучение природы’ незаметно заменилось на ‘моделирование’ (по Дж. Л. Сингу, “синдром Пигмалиона”). И из инструмента познания моделирование, строго говоря, превратилось в самоцель. Хотя решающая роль эксперимента в установлении истинности предложенной теоретической конструкции не отрицается, но на деле, ‘эксперимент’ “появляется”, скорее, как ритуал *ad gloriam* теории, а не как естественный способ проникновения в тайны Мироздания — п о с л е создания теоретической конструкции. Негативные последствия этого можно видеть на примере общей теории относительности: О. Д. Ефименко (O. D. Jefimenko)\*\* детально проанализировал следующие из ОТО противоречивые *физические* заключения и источник их появления, в результате стал неизбежен вывод о сомнительности эйнштейновской версии формулы Гербера, которая практически обеспечила

\* Это название созданной И. Сигалом математической модели физической реальности не следует ассоциировать с термином ‘хронометрия’, предложенным в 1959 г. Дж. Л. Сингом для названия той области науки, которая имеет дело с представлениями о времени с тем же широким смыслом, который мы научились вкладывать в термин ‘геометрия’.

\*\* См.: Ефименко О. Д. *Прецессия перигелия Меркурия и анализ связанных с ней теоретических предсказаний* // Поиск математических закономерностей Мироздания: физические идеи, подходы, концепции / Ред. М. М. Лаврентьев, В. Н. Самойлов. — Новосибирск: Академическое изд-во “Гео”, 2007. — С. 144–155.

грандиозный триумф ОТО.

Здесь имеет смысл упомянуть аналогичную ситуацию, связанную с научным движением, которое получило название “системного подхода”. В свое время положение дел в системном подходе было критически оценено П. К. Анохиным таким образом: “Если подвести итоги поисков системного подхода и приложить их к пониманию всего накопленного материала в биологических и физиологических исследованиях, то сразу обнаруживается их неспособность хоть в какой-либо мере помочь конкретному исследованию”. Он прямо заявлял: “Нам кажется, что одной из главных причин такого печального положения с поисками конкретных качеств системы является излишнее теоретизирование всей проблемы в целом”<sup>\*</sup>.

В своей стратегии в деле создания действительно эффективной теории функциональных систем Анохин целенаправленно исходил из определенной картины, которая открывалась в эксперименте, а потому он (в отличие от теоретиков системы и философов!) ясно видел решающую роль системообразующего фактора в определении понятия ‘система’ и смог дать должное определение этого, ключевого для системного подхода, понятия. Именно полноценность, адекватность его понятия ‘функциональная система’ обеспечила известные многочисленные крупные достижения его научного направления. Ведь, очевидно, успех любого математического моделирования или аксиоматического подхода определяется тем, насколько полноценно, адекватно отражает физическую реальность вложенное в них *физическое* содержание. В противном случае, если математическая модель содержит неверифицированные теоретические заключения и не содержит определенного критерия для ее верификации в прямом эксперименте, придание такой, строго говоря, ‘модели-гипотезе’ статуса ‘теории’ чревато потерей объективности и незаметным вступлением на ложный путь. Одна такая древняя история в астрономии детально разобрана в книге Р. Р. Ньютона “Преступление Клавдия Птолемея”<sup>\*\*</sup>, другая — связанная с атомной физикой, началась в XX веке, она описана в книгах М. Грызинского “Истинные и мнимые достижения современной физики” и “Дело атома”<sup>\*\*\*</sup>.

Обратим внимание на ключевой момент второй, современной, истории — на атомную модель Н. Бора. Она была создана в неоправданном отрыве от эксперимента — без предварительного объективного решения вопроса о кинетике атомных электронов. Когда же, четверть века (!) спустя, этот весьма непростой вопрос, требовавший предварительного создания соответствующей теоретической базы для описания столкновения частиц, был разрешен Грызинским и была открыта радиальная (!) кинетика атомных электронов, т. е. выяснилось, что модель Бора, “вызвавшая к жизни” квантовую идеологию, ошибочна, на этом, *ошибочном*, фундаменте уже “красовались” квантовая механика и теории квантованных полей, где, то ли в шутку, то ли всерьез, “жаждали” “достаточно сумасшедших теорий” и речь уже дошла до того, что Природе надо приписать... абсурдность (Р. Фейнман). К тому же, надо напомнить, *как* были

\* См.: Анохин П. К. *Принципиальные вопросы общей теории функциональных систем* // Принципы системной организации функций. — М.: Наука, 1973. — С. 5–61.

\*\* См.: Ньютон Р. Р. *Преступление Клавдия Птолемея*. — М.: Наука, ГРФМЛ, 1985. — 333 с.

\*\*\* См.: Gzyziński M. *True and False Achievements of Modern Physics*. — Homo-Sapiens, Warsaw, 1996; Gzyziński M. *Sprawa atomu*. — Homo-Sapiens, Warszawa, 2002.

введены в физику уравнения Максвелла, играющие основополагающую роль в квантовой электродинамике. Предоставим слово историку.

*“Возражения, которые выдвигались против теории электричества Максвелла, были многочисленны и относились как к фундаментальным понятиям, положенным в основу теории, так и, может быть еще в большей степени, к той слишком свободной манере, которой Максвелл пользуется при выводе следствий из нее. Максвелл шаг за шагом строит свою теорию с помощью “ловкости пальцев”, как удачно выразился Пуанкаре, имея в виду те логические натяжки, которые иногда позволяют себе ученые при формулировке новых теорий. Когда в ходе аналитического построения Максвелл наталкивается на очевидное противоречие, он, не колеблясь, преодолевает его с помощью обескураживающих вольностей. Например, ему ничего не стоит исключить какой-либо член, подменить неподходящий знак выражения обратным, подменить значение какой-нибудь буквы. На тех, кто восхищался непогрешимым логическим построением электродинамики Ампера, теория Максвелла должна была производить неприятное впечатление. Физикам не удалось привести ее в строгий порядок, т. е. освободить от логических ошибок и непоследовательностей. Но, с другой стороны, они не могли отказаться от теории, которая, как мы увидим в дальнейшем, органически связывала оптику с электричеством. Поэтому в конце прошлого века крупнейшие физики придерживались тезиса, выдвинутого в 1890 г. Герцем: раз рассуждения и подсчеты, с помощью которых Максвелл пришел к своей теории электромагнетизма, полны ошибок, которые мы не можем исправить, примем шесть уравнений Максвелла как исходную гипотезу, как постулаты, на которые и будет опираться вся теория электромагнетизма. “Главное в теории Максвелла — это уравнения Максвелла”, — говорит Герц”\**

Следует вспомнить и соответствующую критику Л. Бриллюэна в его последней книге “Relativity reexamined” (перевод на русский язык опубликован под названием “Новый взгляд на теорию относительности”) — она созвучна критике теории Максвелла для атомного мира в работах Грызинского.

Естественно, представления Сигала о Мироздании связаны с идеологией квантовой механики. Так, возможно, его моделирование протона и нейтрона, соответственно, как  $p = x + e^+ + \tilde{\nu}_e$  и  $n = x + e^+ + e$  связано с тогдашними представлениями о ядре нуклонов. Предложение автора сопоставить эксон  $x$  протону  $p$ , что приводит в хронометрии к модели нейтрона  $n = p + e + \tilde{\nu}_e$ , адекватно физической реальности, оно соответствует представлениям детерминистской атомной физики о нейтроне: нейтрон представляет собой связанное состояние протона и электрона — двух гироскопов, связанных магнитными силами. Крутильные моменты, берущие начало в магнетизме протона и электрона, вызывают прецессию обеих частиц, и при усреднении по времени остаются только составляющие магнитного момента, параллельные вектору прецессии. Так что Грызинский сумел объяснить, почему “исчезает” магнитный момент электрона в нейтроне, и возродил представления Резерфорда о составе ядра — конгломерат протонов и электронов.

В заключение подчеркнем, что известные основные явления, с которыми связано введение в физику представления о ядерных силах (сильные взаимодействия), объяснены Грызинским без привлечения дополнительного представления о ядерных силах. Свойства нейтрона, открытые Грызинским, заставляют сделать вывод о необходимости с этих новых позиций пересмотреть ряд известных проблем и прежде всего — задачу об энергетическом спектре электронов при бета-распаде, ведь она привела В. Паули (1930 г.) к гипотезе о существовании частицы, которую Э. Ферми в 1932 г. предложил назвать нейтрино.

\*Льонци М. История физики / Пер. с ит. Э. Л. Бурштейна. — М.: Мир, 1970. — С. 286.